THE POPULATION MODEL

岡村　寛

VPAの基礎情報

ある年tの資源状態は，

1. 年齢グループの尾数（年級）
2. 年齢グループの個体の平均重量
3. 年齢グループの漁獲量の平均重量
4. 年齢グループの成熟割合

で決まる

資源の変化

- 成長 : 古典的成長モデル = von Bertalanffy model, モデルなし = 年齢グループベクトルに平均重量を掛ける
- 加入 : R = R(SSB) or ランダムノイズ
- 生残 : $N_{age+\Delta t} = N_{age}\ e^{-Z\Delta t}$: Z = F + M
- 漁獲死亡 : 自然死亡と独立. Fは年と年齢で変わる
- 自然死亡 : 年齢依存fix parameter or M=M(age, other species)

中身

4.1. THE COHORT MODEL

基本モデル

- $dP/dt = -ZP = -(F+M)Z$

積分すると,

$dP/P = -Zdt$

$\log(P_{a+1,y+1})-\log(P_{a,y}) = -Z_{a,y}(y+1-y) = -Z_{a,y}$

$P_{a+1,y+1}/P_{a,y} = \exp(-Z_{a,y}) = S_{a,y}$

plus group:

$P_{A,y+1} = P_{Ay}\exp(-Z_{A,y}) + P_{A-1,y}\exp(-Z_{A-1,y})$

4.2. THE CATCH MODEL

基本モデル

- $dC/dt = FP$

積分すると,

$\int FP\,dt = \int FP\exp(-Zt)\,dt$

$=[-FP\exp(-Zt)/Z]_0^1 = FP/Z – FP\exp(-Z)/Z$

より，Baranovの漁獲方程式

$C_{ay} = P_{ay}F_{ay}[1\text{-}\exp(-Z_{ay})]/Z_{ay}$

$F_{ay} = f(P_{ay}, C_{ay}, M_{ay})$ の形にできない ⇒　数値計算が必要

$C_{ay} = [1 – M_{ay}/(\ln P_{ay} – \ln P_{a+1,y+1})](P_{ay} – P_{a+1,y+1})$

4.3. COHORT PROJECTIONS

芋づる

- 最初に少なくともひとつのFまたはP（普通，terminal F）を特定すれば，Baranovの漁獲方程式から芋づる式に他の F，Pを知ることができる.

	Year 1	Year 2	Year 3	Year 4
Age 1	P_{11}	P_{12}	P_{13}	P_{14}
Age 2	P_{21}	P_{22}	P_{23}	P_{24}
Age 3	P_{31}	P_{32}	P_{33}	P_{34}
Age 4	P_{41}	P_{42}	P_{43}	P_{44}
Age 5	P_{51}	P_{52}	P_{53}	P_{54}

4.4. SEPERABLE VPA

基本モデル

$F_{ay} = S_a E_y$

Pope & Shepherd (1982),

+tuning VPA: Deriso et al. (1985), Patterson & Melvin (1995)

- パラメータ節約
- 選択率は漁具依存で，漁獲率の大きさに比して変化が遅い ⇒ 将来予測
- データ数よりパラメータ数少ない ⇒ 正確なフィットできない ⇒ 最小二乗法などの統計推測

4.5. POPE’S APPROXIMATION

基本モデル

- “pulse fishing”

$N_{a+1} = (N_a e^{-M/2} – C_a)e^{-M/2} = N_a e^{-M} – C_a e^{-M/2}$

$= N_a e^{-M} – N_a F(1\text{-}\exp(\text{-}Z))/Z\ e^{-M/2}$

$= N_a e^{-M}[1 – F(1\text{-}\exp(\text{-}Z))/Z\ e^{M/2}]$

$\Rightarrow \exp(\text{-}F) = 1 – F(1\text{-}\exp(\text{-}Z))/Z\ e^{M/2}$

$1 – \exp(\text{-}F) = F(1 – \exp(\text{-}Z))/Z\ e^{M/2}$

Fが低いとき良い近似となる

4.6. CONVERGENCE BEHAVIOUR OF THE VPA PROCEDURE

Convergence Behaviour

- VPAは，自然死亡の重みをつけて漁獲量を足しあげていくもの

Popeの近似式

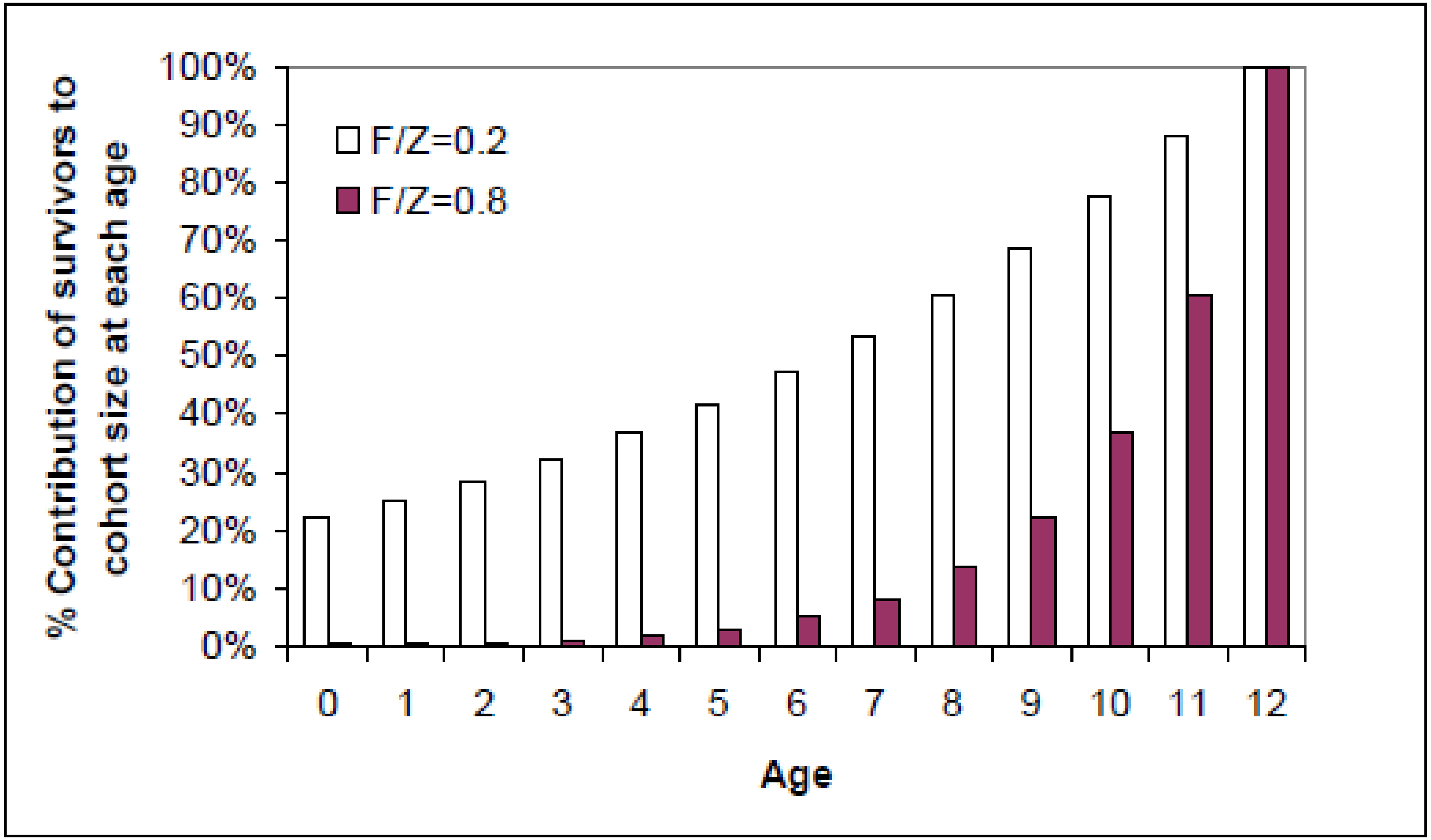
$N_{0,t} = N_{1,t+1}e^{M} + C_{0,t}e^{M/2}$

$= (N_{2,t+2}e^{M}+C_{1,t+1}e^{M/2})e^{M} + C_{0,t}e^{M/2}$

$= \dots = N_{a,t+a}e^{aM} + \Sigma\, C_{a-i,t+(a-i)}e^{M/2+(a-i)M}$

漁獲死亡が大きいとき，加入量は最高齢の推測に頑健になる

Convergence Behaviour



Convergence Behaviour

- 漁獲率が低いとき，歴史的パターンに対して tuning dataの影響が大きくなる
- 漁業管理では，terminal yearのF，Nが重要である．Fが高いとき，歴史的パターンはうまく推定されるが，terminal yearのF, Nに対しては必ずしもうまくいかない

4.7. SOLVING THE VPA EQUATIONS

Newton-Raphson法

- $f(x) = 0$の解を見つける

$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x-x_0) + \ldots$

$f(x) = 0$だから，

$x = x_0 - f(x_0)/f'(x_0)$

これを繰り返すと，$f(x) = 0$の解に収束する

Newton-Raphson法

- Eq. 9の解となるN_aを探索

$f(N_a) = [1 – M/Z](N_a – N_{a+1}) – C_a$

$f'(N_a) = -M/Z^2\ Z'(N_a – N_{a+1})+(1 – M/Z)$

$= 1 – M/Z^2\ [Z – Z'(N_a – N_{a+1})]$ $(Z' = 1/N_a)$

として，ニュートン法を使うと，Naが求まる.

初期値はPopeの近似式の結果を使うと良い.

Newton-Raphson法

- Eq. 9の解となるFを探索

$f(D) = C_a - N_{a+1}e^D/(e^D+M)[\exp(e^D+M)-1]$

$D = \log(F)$

$f'(D) = - N_{a+1}[\{e^D(e^D+M)-e^De^D\}/(e^D+M)^2 \{\exp(e^D+M)-1\}+e^D/(e^D+M) \{e^D \exp(e^D+M)\}]$

$c = N_{a+1}e^D/(e^D+M)[\exp(e^D+M)-1]$とするとき，

$D_{new} = D + (C_a - c)/(c[M/(e^D+M)+e^D\exp(e^D+M)/\{\exp(e^D+M)-1\}])$

Fの初期値に頑健なのでF=0.5とすることが多い，しかし，F大では収束が難しいのでF=1とか2に．この場合も，Popeの近似式の結果を初期値にするのが良い．

Functional Iteration

1. Eq. 7から，

$P_{term} = C_{term}/[(1\text{-}\exp(-Z_{term}))(F_{term}/Z_{term})]$

2. 1の結果からPopeの近似式でNを芋づる
3. Eq. 9から，$F_a = C_a (\ln P_a - \ln P_{a+1})/(P_a - P_{a+1})$
4. 3のFを使って，$P_a = C_a/[(1\text{-}\exp(-Z_a))F_a/Z_a]$
5. この操作をP_a or F_aが収束するまで繰り返す

Functional iterationはNewton-Raphson法より遅くなりがち，しかし微分計算の必要なし

Functional Iteration

- なぜうまくいくか

$F = C/[P(1-\exp(-Z))/Z]$

$F = F^* - \Delta F$とするとき，Taylor展開を使うと，

$F_{new} \approx F^* - \Delta F\, F^*/(F^*+M)[1 - 1/\{1+(F^*+M)/2+\ldots\}]$

Least-Squares

- $\sum_{age} \sum_{year} [\ln C_{ay}^{obs} - \ln C_{ay}^{mod}]^2 \rightarrow \min$

$\ln C_{ay}^{mod} = \ln P_{ay} + \ln[\{1-\exp(-Z_{ay})\}/Z_{ay}] + \ln F_{ay}$

漁獲データだけが有効であれば，上の目的関数は必ず0になり，perfect fitとなる．

4.8. MULTISPECIES VPA

Multispecies VPA

- Sparre (1991), Magnusson (1995)

動態方程式はVPAと同じBaranov漁獲方程式

$C = F\,N\sim$

同様に，自然死亡分は，

$D = MN\sim$

$M = M_p + M_o$: M_pは捕食による死亡，M_oはother

Multispecies VPA

- 捕食者iに餌kが捕食される数

$P_{ki} = M_{pki}\ N_k{\sim}$

suitability U_{ki}

$S_{ki} = N_k{\sim}\ w_k\ U_{ki} / \sum N_j{\sim}\ w_j\ U_{ji}$

S_{ki} : 捕食者iの胃内容中の餌kの重量割合

$U_{ki} = S_{ki} / (\boxed{N_k{\sim} w_k}) / \sum S_{ji} / (N_j{\sim}\ w_j)$

useデータ

availability

Multispecies VPA

R_i : 捕食者iのtotal food consumption

$P_{ki} = N_i\sim R_i S_{ki}/w_k$

$M_{pki} = N_i\sim R_i U_{ki}/\sum N_j\sim w_j U_{ji}$

$M_{pk} = \sum M_{pki}$

MSVPAでは，food preferenceは年変化しないことを仮定している

計算はfunctional iterationに基づく

4.9. COMPARISON WITH OTHER STOCK ASSESSMENT MODELS

他のモデル

- cohort modelは“depletion model”（Leslie, Delury, Biomass Dynamic Models）と似てる
- VPAは，statistical catch-at-ageとも関連している（Doubleday 1976）

差：Doubledayの方法では，個体群モデル内の漁獲量はモデル予測によるもの ～ smoothingの効果

欠点：資源量が観測漁獲量より小さくなることもある → しかし，漁獲量に誤差がある場合，必ずしも欠点ではない